



FONDAZIONE BANCA DEL MONTE  
Domenico Siniscalco Cecci  
Foggia



HR EXCELLENCE IN RESEARCH



## UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FOGGIA

Dipartimento di Economia

Largo Papa Giovanni Paolo II, 1 - 71100 Foggia - ITALY

tel. 0881-781778 fax 0881-781752

# Maths Challenge 2015

FINALE del 04 marzo 2015



1. La prova consiste di 30 domande. Ogni domanda è seguita da cinque risposte, di cui una sola è corretta.
2. Scrivi, nella griglia riportata sotto, la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta (A, B, C, D oppure E) nella casella sottostante il numero della domanda. Non sono ammesse cancellature e/o correzioni nella griglia e non è ammesso l'uso di testi. E' ammesso l'uso di una calcolatrice non programmabile.
3. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni risposta non data vale 1 punto. Il tempo totale a disposizione per svolgere la prova è di due ore e trenta minuti. **Buon lavoro!**

Nome ..... Cognome ..... Classe .....

Istituto ..... Luogo e data di nascita .....

Griglia delle risposte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	D	E	B	C	C	C	B	C	B	D	C	A	E	D
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	B	A	E	B	B	C	B	C	A	A	C	B	E

1. Siano  $\cap$  e  $\cup$  rispettivamente l'intersezione e l'unione di insiemi, e siano  $A, B$  e  $C$  tre insiemi tali che  $A \cup B$  ha 2015 elementi,  $B$  ha 50 elementi e  $A \cap B$  ha 5 elementi, possiamo affermare che :
  - (A)  $A$  ha 1970 elementi.      (B)  $A$  ha 1960 elementi.
  - (C)  $A$  ha 1965 elementi.      (D)  $A$  ha 2060 elementi.
  - (E) I dati non sono sufficienti per determinare il numero di elementi di  $A$ .
  
2. I ricercatori di MathsChallenge analizzano i dati sui finalisti della competizione MathsChallenge e sono arrivati alla seguente conclusione: Tutti i finalisti di MathsChallenge si iscrivono all'Università oppure trovano lavoro entro un anno. Nello studiare meglio i dati relativi all'anno 2012, il ricercatore Eugenio ha dimostrato che la conclusione è FALSA. Dunque Eugenio ha dimostrato che:
  - (A) Nel 2012 un finalista di MathsChallenge non ha trovato lavoro entro un anno.
  - (B) Nel 2012 un finalista di MathsChallenge non si è iscritto all'Università.
  - (C) Nel 2012 tutti i finalisti di MathsChallenge non hanno trovato lavoro entro un anno e non si sono iscritti all'Università.
  - (D) Nel 2012 un finalista di MathsChallenge non ha trovato lavoro entro un anno e non si è iscritto all'Università.
  - (E) Nel 2012 tutti i finalisti di MathsChallenge non hanno trovato lavoro entro un anno o non si sono iscritti all'Università.
  
3. Il giorno della prova finale della competizione MathsChallenge 2015 ci sono finalisti che si sono presentati a sostenere la prova e non tutti i finalisti si sono presentati a sostenere la prova. Dalle proposizioni precedenti si può dedurre che:
  - (A) Nessun finalista ha rinunciato a sostenere la prova finale.      (B) Almeno un finalista non ha rinunciato a sostenere la prova finale e la maggior parte dei finalisti era presente.
  - (C) Tutti gli assenti non hanno rinunciato a sostenere la prova finale.      (D) La prova non si è potuta sostenere per non aver raggiunto il quorum.
  - (E) Almeno un finalista non si è presentato alla prova finale e non tutti i finalisti hanno rinunciato a presentarsi alla prova finale.
  
4. La somma delle età di tutti i finalisti della competizione MathsChallenge 2015 (in numeri interi) è uguale a 2015. Tutti i finalisti sono maggiorenni e i finalisti sono 96. Si può concludere con certezza che:
  - (A) Tutti i finalisti hanno necessariamente meno di 21 anni.      (B) Se un finalista ha meno di 19 anni allora almeno uno dei finalisti deve necessariamente avere più di 21 anni.
  - (C) Se un finalista ha più di 21 anni allora almeno un finalista deve avere 18 anni.      (D) Tutti i finalisti devono avere almeno 20 anni.
  - (E) Almeno un finalista deve avere 22 anni.
  
5. Non è possibile negare che tutti gli abitanti di Foggia non rinunciano a mangiare bene. Tutti quelli che rinunciano a mangiare bene hanno valori di colesterolo al di sopra della soglia limite. Se tutte le affermazioni precedenti sono vere e sapendo che Eugenio non ha valori di colesterolo al di sopra della soglia limite è sicuramente vero che:
  - (A) Eugenio è un abitante di Foggia.
  - (B) Eugenio è un abitante di Foggia e non rinuncia a mangiare bene.
  - (C) Eugenio non rinuncia a mangiare bene.
  - (D) Eugenio non è un abitante di Foggia.
  - (E) Eugenio rinuncia a mangiare bene.
  
6. Gli organizzatori di MathsChallenge2015 hanno due cassette contenenti i quesiti per la prova finale. In un cassetto ci sono 6 quesiti di Logica; 6 quesiti di Algebra e 6 quesiti di Geometria. Nell'altro cassetto ci sono 8 quesiti di Calcolo delle Probabilità; 8 quesiti di Calcolo Combinatorio e 8 quesiti di Calcolo Simbolico. Sapendo che l'estrazione dei quesiti è fatta senza guardare (alla cieca!), qual è il numero minimo di quesiti da estrarre, tra il primo e il secondo cassetto, per essere certi di estrarre un quesito di Logica e un quesito di Calcolo Combinatorio?
  - (A) 15 (B) 28 (C) 30 (D) 32 (E) 14

7. Si sta pensando di realizzare un servizio navetta dall'aeroporto di Bari a Foggia con corse dirette che partano da ciascuna delle due città ogni mezz'ora e contemporaneamente. Il tragitto prevede un'ora e trenta minuti in ciascuna direzione e le navette sostano almeno un quarto d'ora nella stazione di arrivo. Qual è il numero minimo di navette necessarie per fornire un servizio h24?
- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 10
8. Viviana si allena molto spesso: corre per 10 minuti e poi cammina per 5 minuti ripetendo questa sequenza 6 volte consecutive e finisce gli allenamenti con 10 minuti di corsa. Esattamente a metà allenamento torna indietro. Viviana si prefigge il seguente obiettivo: 1 km in 10 minuti quando corre e 1 Km in 20 minuti quando cammina. Se ha raggiunto il suo obiettivo a metà allenamento, quanti km ha percorso Viviana?
- (A) 4      (B) 4,25      (C) 4,5      (D) 4,75      (E) 5
9. I coniugi Bellanti sono usciti di casa alle 15:00 e al loro rientro alle 23:00 hanno scoperto un furto nella loro casa. Nessuno sembra si sia accorto di niente ad eccezione di una vicina che sostiene di avere sentito rumori alle 19:37. La polizia le ha chiesto come poteva essere certa dell'ora e la vicina ha sostenuto che il suo orologio mostrava 4 cifre dispari e tutte diverse tra loro, che le ore e i minuti erano entrambi numeri primi. La polizia non ha ritenuto attendibile la dichiarazione della vicina poiché altri possibili orari coincidono con la descrizione della vicina. Quanti sono gli altri possibili orari?
- (A) 4      (B) 5      (C) 3      (D) 34      (E) 7
10. Per equilibrare due piatti di una bilancia si hanno a disposizione delle monete di uguale dimensione ma diverso peso: euro; dollaro e rublo. Da precedenti pesate si è verificato che 2 euro e 1 rublo sono in equilibrio con 3 rubli e 1 dollaro. Se sul piatto sinistro della bilancia posizioniamo un dollaro, un euro e due rubli e sul piatto destro posizioniamo due euro, quale tra le seguenti azioni metterà i due piatti in equilibrio?
- (A) Aggiungere un rublo sul piatto destro.      (B) Aggiungere un euro sul piatto destro.  
 (C) Aggiungere un dollaro sul piatto destro.      (D) Aggiungere un rublo e togliere un euro sul piatto destro.  
 (E) Aggiungere due rubli sul piatto destro.
11. Un terzo del consiglio direttivo del MathsChallenge si è espresso a favore dell'introduzione della prova orale nella competizione. I tre quarti dei membri dello stesso consiglio hanno votato a favore circa l'ammissione di tutti i finalisti al corso di laurea in Economia. Dalle precedenti votazioni è certo che:
- (A) Alcuni membri del consiglio sono contro l'introduzione della prova orale e hanno votato contro l'ammissione di tutti i finalisti al corso di laurea in Economia.      (B) Chi si è espresso a favore dell'introduzione della prova orale ha votato a favore dell'ammissione di tutti i finalisti al corso di laurea in Economia.      (C) Nessun membro del consiglio si è espresso contro l'introduzione della prova orale e ha votato contro l'ammissione di tutti i finalisti al corso di laurea in Economia.      (D) Almeno un membro del consiglio ha votato a favore dell'introduzione della prova orale e ha votato a favore dell'ammissione di tutti i finalisti al corso di laurea in Economia.      (E) Almeno un membro del consiglio si è astenuto dalla votazione.
12. Tra le cinque risposte proposte in ogni domanda della finale MathsChallenge, una sola risposta è esatta e le altre sono tutte sbagliate. Ne segue che:
- (A) Se una risposta è la negazione dell'altra, allora sono entrambe sbagliate.      (B) Se due risposte sono equivalenti allora una di esse è esatta.      (C) Se due risposte sono equivalenti allora sono entrambe sbagliate.      (D) Se una risposta implica un'altra risposta, allora quest'ultima è esatta      (E) Almeno una risposta deve negare un'altra.
13. Sia  $x \in \mathbb{R}$  e  $x \neq -2$ . Risolvere la seguente equazione (nel suo dominio di esistenza):

$$\frac{(x^{2015} + 3x^{2014})(x^2 - 2x + 1)}{x + 2} = 0.$$

- (A)  $x = -3$  oppure  $x = 0$  oppure  $x = 1$ .      (B)  $x = 2015$  oppure  $x = 2014$  oppure  $x = 1$ .  
 (C)  $x = 2015$  oppure  $x = -3$  oppure  $x = 1$ .      (D)  $x = -2$  oppure  $x = 0$  oppure  $x = 1$ .  
 (E)  $x = -3$  oppure  $x = 2015$  oppure  $x = 1$ .
14. Se  $f(x) = |3 - 5x|$  allora  $f(\frac{2}{5}) =$   
 (A)  $f(0)$       (B)  $f(-1)$       (C)  $f(-\frac{2}{5})$       (D)  $f(\frac{5}{2})$       (E)  $f(\frac{4}{5})$
15. Siano  $A(x)$  e  $B(x)$  due espressioni definite in  $x \in \mathbb{R}$  e a valori in  $\mathbb{R}$  tali che  $A(x) \geq 0$  se e solo se  $x \leq -1$  e  $B(x) \geq 0$  se e solo se  $x \geq 2$ , allora l'espressione  $A(x) \cdot B(x) \leq 0$  è verificata se e solo se:  
 (A) non si può rispondere senza conoscere  $A$  e  $B$ .      (B)  $x \geq 2$ .      (C)  $x \geq -1$ .      (D)  $x \leq -1$  oppure  $x \geq 2$ .      (E)  $-1 \leq x \leq 2$ .
16. Si consideri un quadrato ed un cerchio inscritto nel quadrato, il rapporto tra l'area del quadrato e l'area del cerchio è:  
 (A) compreso tra 1 e  $\frac{4}{3}$ .      (B) compreso tra  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{1}{2}$ .      (C) compreso tra  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{4}{5}$ .      (D) minore di  $\frac{2}{3}$ .      (E) nessuna delle precedenti.
17. La somma  $4^{x+y} + 4^{x-y}$  è uguale a:  
 (A)  $4^{x^2-y^2}$       (B)  $4^{x+y}(1+4^{-2y})$       (C)  $4^{2x+y}+4^{x-2y}$       (D)  $4^x 4^y - 4^{-y}$       (E)  $4^{2x} 4^{-2y}$
18. Tre azioni  $A$ ,  $B$  e  $C$  due anni fa avevano lo stesso prezzo unitario. Dopo un anno il prezzo di  $A$  è diminuito del 15%, quello di  $B$  del 25% e quello di  $C$  del 35%. L'anno successivo il prezzo di  $A$  è diminuito del 35%, quello di  $B$  del 25% e quello di  $C$  del 15%. Al termine dei due anni, quale dei 3 titoli ha il prezzo più basso?  
 (A) Le tre azioni hanno lo stesso prezzo.      (B)  $C$  e  $A$ .      (C)  $B$ .      (D)  $A$ .      (E)  $C$ .
19. Siano  $a, b, c, d$  numeri naturali tali che  $a$  è multiplo di  $b$  e  $c$  è fattore primo di  $b$  e  $d$  è divisibile per  $c$ . Allora:  
 (A)  $a$  è divisibile per  $c$ .      (B)  $c$  è multiplo di  $a$ .      (C)  $c$  è multiplo di  $b$ .      (D)  $d$  è multiplo di  $b$ .      (E) Nessuna delle precedenti.
20. Sia  $T$  un triangolo e si chiamino rispettivamente  $a, b, c$  le lunghezze dei suoi lati. Allora:  
 (A)  $a^2 = b^2 + c^2$ .      (B)  $a^2 > b^2 + c^2$ .      (C)  $a^2 < b^2 + c^2$ .      (D)  $c^2 < a^2 + b^2$ .  
 (E) Nessuna delle precedenti.
21. L'affermazione "a nessuna ragazza sono antipatici tutti i ragazzi" è equivalente alla seguente affermazione:  
 (A) c'è un ragazzo che è simpatico a tutte le ragazze.      (B) per ogni ragazza c'è almeno un ragazzo che le è simpatico.      (C) c'è una ragazza alla quale sono simpatici tutti i ragazzi.      (D) tutti i ragazzi sono simpatici alle ragazze.      (E) nessuna delle precedenti.
22. Un titolo del valore di 5000 euro si è rivalutato nei primi sei mesi dell'anno del 2%, mentre nei secondi sei mesi si è svalutato del 1,5%. Alla fine dell'anno, il titolo:  
 (A) si è svalutato del 0,5%.      (B) vale 5023,50 euro.      (C) vale 5074,50 euro.      (D) si è svalutato dello 0,06%.      (E) vale 5009,40 euro.
23. Si ponga  $y = x^2$ . L'espressione  $e^y$  è uguale a:  
 (A)  $(e^x)^2$       (B)  $e^{2x}$       (C)  $(e^x)^x$       (D)  $(e^{\sqrt{x}})^4$       (E) nessuna delle precedenti.
24. Siano  $m$  e  $n$  due numeri interi positivi. Si supponga che 11 divida il prodotto  $m \cdot n$ . Allora necessariamente:  
 (A) 11 divide  $m$  e  $n$ .      (B) 11 divide  $m$  o  $n$ .      (C) 100 divide  $m \cdot n$ .      (D) 55 divide  $m \cdot n$ .      (E) nessuna delle precedenti.

25. Per quali valori di  $x$  vale l'uguaglianza  $\log x^4 = 4 \log x$ :
- (A) Per ogni  $x \in \mathbb{R}$ .      (B) Solo se  $x < 0$ .      (C) Solo se  $x > 0$ .      (D) Solo se  $x = 1$ .  
 (E) Non è mai verificata.
26. Per  $x \geq 0$ , si considerino le due espressioni  $f(x) = \frac{x-1}{x\sqrt{x}-1}$  e  $g(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+1}$ , allora:
- (A)  $f(x) = g(x)$  se  $x = 0$ .      (B)  $f(x) = g(x)$  se  $x = 1$  o  $x = 0$ .      (C)  $f(x) = g(x)$  solo per  $x = 0$  o  $x = 1$ .  
 (D)  $f(x) = g(x)$  solo se  $x > 1$ .      (E)  $f(x) = g(x)$  solo se  $0 < x < 1$ .
27. Determinare quale delle seguenti funzioni soddisfa la relazione  $f(-x) = f(x)$ , per ogni numero reale  $x$ .
- (A)  $f(x) = |x|(x^2 + 1) \cos x \sin x^2$ .  
 (B)  $f(x) = |x|(x^2 + 1) \sin x \cos x^2$ .  
 (C)  $f(x) = |x|(x^3 + 1) \sin x \cos x^2$ .  
 (D)  $f(x) = |x|(x^2 + 1) \cos x \sin x^3$ .  
 (E)  $f(x) = |x-1|(x^2 + 1) \cos x \sin x^2$ .
28. Si consideri un cerchio di raggio  $r$ . Sapendo che il triplo del numero che esprime la sua area (in  $m^2$ ) è uguale al doppio del numero che esprime la lunghezza della circonferenza (in  $m$ ) individuata dal bordo, qual è il valore di  $r$ ?
- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $\frac{3}{2}$       (C)  $\frac{4}{3}$       (D)  $\frac{3}{4}$       (E) 3
29. Sia data:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \alpha^k \beta^{n-1-k}.$$

Essa risulta uguale a:

- (A)  $\beta \frac{\beta^{n-1} - \alpha^{n-1}}{\beta - \alpha}$   
 (B)  $\frac{\beta^n - \alpha^n}{\beta - \alpha}$   
 (C)  $\frac{\beta^{n-1} - \alpha^{n-1}}{\beta - \alpha}$   
 (D)  $\frac{\beta \beta^{n-1} - \alpha^{n-1}}{\alpha \beta - \alpha}$   
 (E)  $\alpha \frac{\beta^n - \alpha^n}{\beta - \alpha}$
30. Se vale la relazione  $\frac{2 + 4 + 6 + \dots + (2n)}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)} = \frac{2015}{2014}$  qual è il valore di  $n$ ?
- (A) 2010      (B) 2011      (C) 2012      (D) 2013      (E) 2014